PROGRAM LINIER

MATEMATIKA UMUM KELAS XI

PENYUSUN

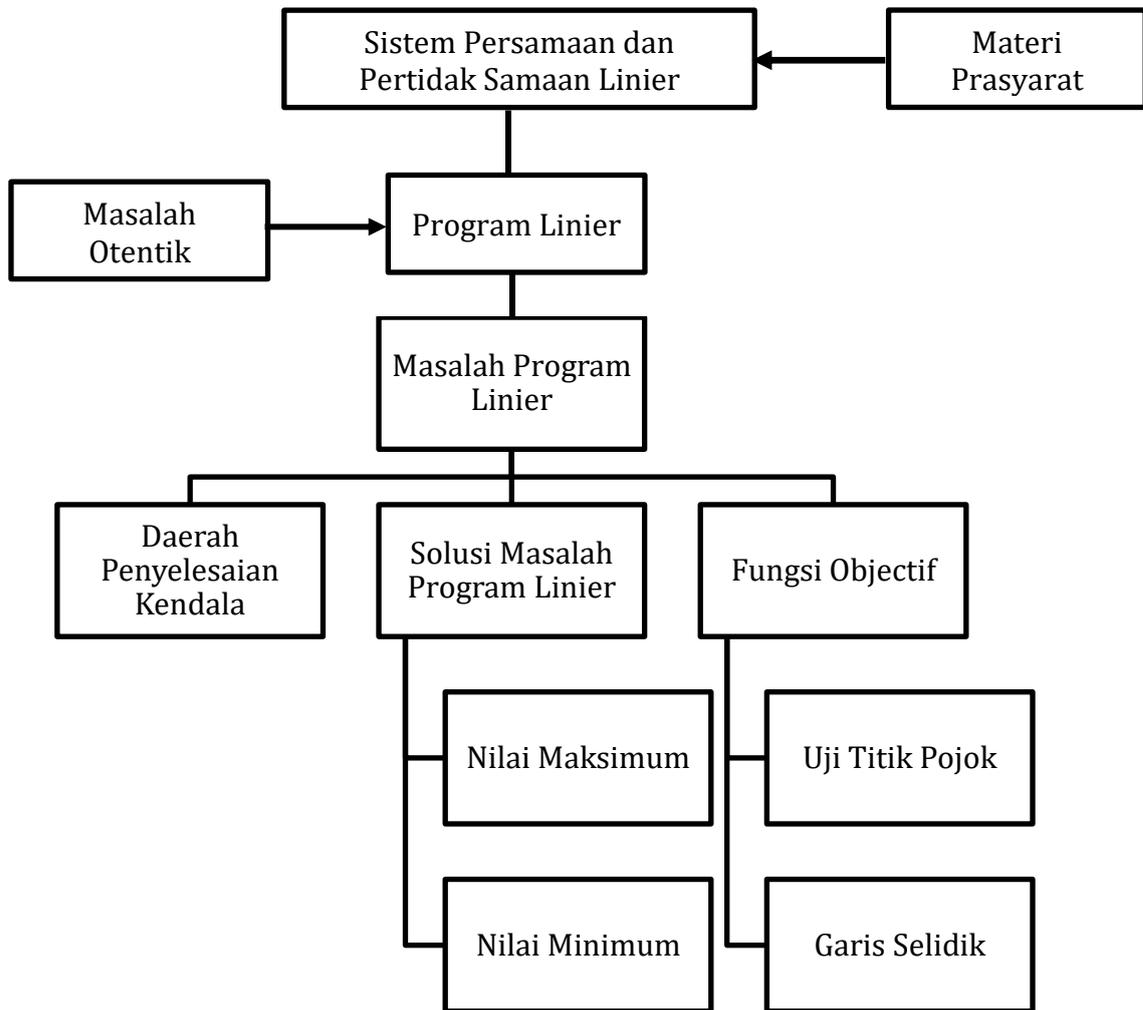
Yusdi Irfan, S.Pd, M.Pd
SMAN 1 Kramatwatu
Kabupaten Serang - Banten

DAFTAR ISI

GLOSARIUM

Sistem	:	Sekelompok komponen yang digabungkan menjadi satu untuk mencapai tujuan tertentu
Pertidaksamaan	:	Kalimat matematika yang menggunakan tanda "<, >, ≤, dan ≥"
Variabel	:	Simbol atau lambang matematika yang digunakan untuk memudahkan menyelesaikan suatu permasalahan nyata yang belum diketahui nilainya dengan jelas
Koefisien	:	Bilangan yang memuat variable
Konstanta	:	Bilangan yang tidak memuat variable
Program Linier	:	metode penentuan nilai optimum dari suatu persoalan Linier
Model matematika	:	suatu rumusan matematika yang diperoleh dari hasil penafsiran seseorang ketika menerjemahkan suatu masalah program Linier ke dalam Bahasa matematika
Fungsi Obyektif/Fungsi Tujuan	:	Fungsi yang akan dioptimumkan (maksimum atau minimum)
Syarat/Kendala	:	model matematika dari suatu permasalahan program Linier untuk memperoleh nilai optimum

PETA KONSEP

Sistem Persamaan dan Pertidak Samaan Linier
Materi Prasyarat
Masalah Otentik
Program Linier
Masalah Program Linier
Daerah Penyelesaian Kendala
Solusi Masalah Program Linier
Fungsi Objectif
Nilai Maksimum
Uji Titik Pojok
Nilai Minimum
Garis Selidik

PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	: Matematika Umum
Kelas	: XI
Alokasi Waktu	: 8 JP
Judul Modul	: Program Linier

B. Kompetensi Dasar

3.2 Menjelaskan program linier dua variabel dan metode penyelesaiannya dengan menggunakan masalah kontekstual

4.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan program linier dua variabel

C. Deskripsi Singkat Materi

Sumber : https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fwww.sentrarak.com

Pernahkan kita perhatikan saat kita jalan-jalan di toko sepatu kita lihat banyak sekali sepatu yang dipajang. Dilain sisi kita lihat bahwa pedagang sepatu mempunyai tempat yang terbatas dan juga rak yang jumlahnya terbatas. Bagaimana pedagang sepatu bisa mengoptimalkan lahan yang tersedia untuk memajang sepatu-sepatu dagangannya supaya semua lahan yang ada dapat digunakan secara optimal?

Pertanyaan sejenis ini dapat diselesaikan dengan salah satu materi yang ada di matematika yaitu dengan menggunakan Program Linier.

Program Linier merupakan suatu metode untuk memecahkan suatu permasalahan tertentu dimana model matematikanya terdiri atas beberapa pertidaksamaan linier yang mempunyai banyak penyelesaian. Program linier dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari, seperti menghitung keuntungan maksimum dari suatu usaha, pengeluaran minimum yang dibelanjakan atau dikeluarkan, dan sebagainya.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Sebelum peserta didik membaca isi modul, terlebih dahulu membaca petunjuk khusus dalam penggunaan modul agar memperoleh hasil yang optimal.

1. Sebelum memulai menggunakan modul, marilah berdoa kepada Tuhan yang Maha Esa agar diberikan kemudahan dalam memahamimateri ini dan dapat mengamalkan dalam kehidupan sehari-hari.
2. Sebaiknya peserta didik mulai membaca dari pendahuluan, kegiatan pembelajaran, rangkuman, hingga daftar pustaka secara berurutan.
3. Setiap akhir kegiatan pembelajaran, peserta didik mengerjakan latihan soal dengan jujur tanpa melihat uraian materi.
4. Setiap akhir kegiatan pembelajaran, peserta didik mengerjakan latihan soal dengan jujur tanpa melihat uraian materi.
5. Peserta didik dikatakan tuntas apabila dalam mengerjakan latihan soal memperoleh nilai ≥ 70 sehingga dapat melanjutkan ke materi selanjutnya. Jika peserta didik memperoleh nilai < 70 maka peserta didik harus mengulangi materi pada modul ini dan mengerjakan kembali latihan soal yang ada.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi **2** kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Materi yang dipelajari pada modul ini, yaitu sebagai berikut:

Pertama : Daerah Penyelesaian Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel

Kedua : Menyelesaian Masalah Program Linier

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
Daerah Penyelesaian Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan kalian mampu:
1. Mendeskripsikan konsep sistem persamaan dan pertidaksamaan linier dua variabel.
2. Menentukan daerah penyelesaian suatu system pertidaksamaan linier dua variabel.

B. Uraian Materi

1. Sistem Pertidaksamaan Linier

Saat kita kelas X semester 1 kita telah membahas tentang melukis sebuah Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel (SPtLDV) untuk menentukan Daerah Penyelesaian (DP). Dalam bahasan kita kali ini yaitu Program Linier, maka penentuan daerah penyelesaian merupakan syarat mutlah yang akan dipelajari dalam Program Linier.
Ingat kembali bahwa bentuk-bentuk $x _ 2y > 6$ atau $x - y \leq 6$ dan sejenisnya adalah bentuk pertidaksamaan linier dua variabel. Gabungan dari dua atau lebih pertidaksamaan linier disebut sebagai **Sistem Pertidaksamaan Linier Dua Variabel (PtLDV).**

Himpunan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan linier dua peubah merupakan himpunan pasangan bilangan (x, y) yang memenuhi sistem pertidaksamaan linier tersebut. Himpunan penyelesaian PtLDV berupa suatu daerah yang dibatasi garis pada sistem koordinat Kartesius.

2. Menentukan Daerah Penyelesaian Suatu Sistem Pertidaksamaan Linier

Untuk menentukan system pertidaksaman dari suatu daerah himpunan penyelesaian maka gunakan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Menentukan persamaan garis
b. Menentukan pertidaksamaan yang sesuai dengan daerah penyelesaian.
c. Mengganti tanda pertidaksamaannya.
   Ketentuan yang bisa digunakan adalah sebagai berikut:
   1) Pastikan bahwa variabel x bertanda positif. Jika x bernilai negative maka kalikan dengan (-1)
   2) Jika daerah penyelesaian disebelah kiri maka tanda pertidaksamaan adalah $\leq$
   3) Jika daerah penyelesaian disebelah kanan maka tanda pertidaksamaannya adalah $\geq$

Untuk mencari daerah penyelesaian suatu PtLDV bisa digunakan cara sebagai berikut:

a. **Daerah himpunan penyelesaian suatu PtLDV dapat dicari menggunakan metode uji titik.**
   Berikut ini langkah-langkahnya.
   Misal diberikan : $ax + by \leq c$
   1) Gambarlah grafik garis $ax + by = c$.
      Jika tanda ketaksamaan berupa $\leq$ atau $\geq$ maka garis pembatas digambar penuh.

Jika tanda ketaksamaan berupa < atau > maka garis pembatas digambar putus putus.

2) Uji titik

Ambil suatu titik sembarang, misal (x_1, y_1) yang tidak terletak pada garis ax + by = c. Substitusikan titik tersebut ke dalam pertidaksamaan ax + by ≤ c. Ada dua kemungkinan sebagai berikut:

a) Apabila pertidaksamaan $ax_1 + by_1 \leq c$ bernilai **benar**, maka daerah himpunan penyelesaiannya adalah daerah yang memuat titik (x_1, y_1) dengan batas garis ax + by = c.

b) Apabila pertidaksamaan ax1 + by1 ≤ c bernilai **salah**, maka daerah himpunan penyelesaiannya adalah daerah yang tidak memuat titik (x_1, y_1) dengan batas garis ax + by = c.

b. Daerah himpunan penyelesaian suatu PtLDV juga dapat dicari menggunakan cara berikut.

Daerah himpunan penyelesaian PtLDV dapat ditentukan berada di kanan atau kiri garis pembatas dengan cara memperhatikan tanda ketaksamaan. Berikut ini Langkah-langkahnya.

1) Pastikan koefisien x dari PtLDV tersebut positif. Jika **tidak positif**, kalikan PtLDV dengan -1.
2) Jika koefisien x dari PtLDV sudah positif, perhatikan tanda ketaksamaan.
   Jika tanda ketaksamaan **≤** maka daerah penyelesaian terletak di **sebelah kiri** garis pembatas.
   Jika tanda ketaksamaan **≥** maka daerah penyelesaian terletak di **sebelah kanan** garis pembatas.

Untuk menentukan daerah himpunan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan Linier dapat dipelajari pada beberapa contoh berikut.

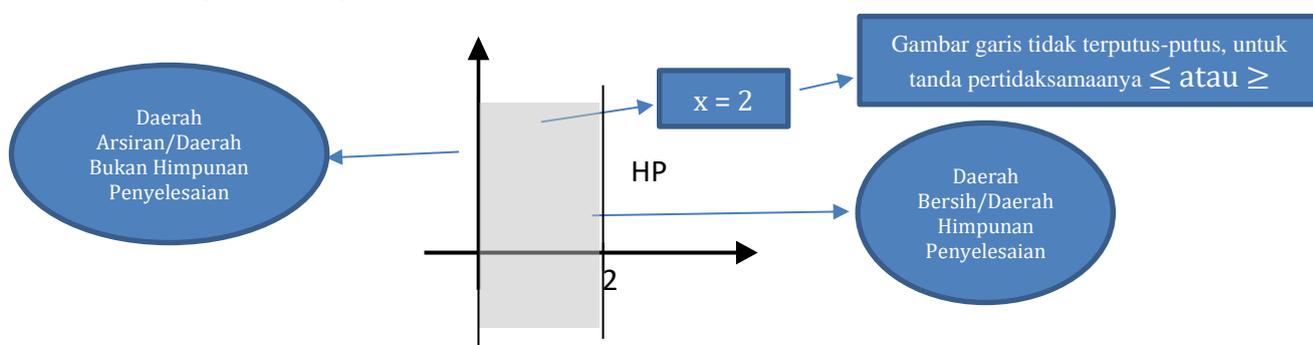
<u>Contoh - Contoh</u>:

Gambarlah daerah himpunan penyelesaian pada bidang cartesius, dari pertidaksamaan-pertidaksamaan berikut dengan mengarsir daerah yang bukan HP.

1). $x \geq 2, x \in R$

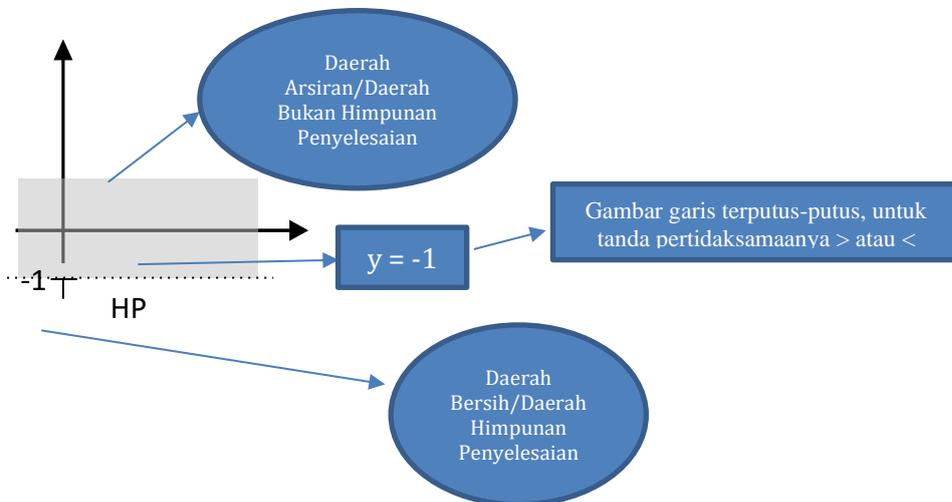
Jawaban:

Petunjuk:

a. Gambarkan garis x = 2 **kemudian** arsirlah daerah yang **bukan** merupakan Himpunan Penyelesaian, dengan kata lain daerah yang bersi atau tidak diarsir adalah daerah Himpunan **Penyelesaian.**

2). $y < -1, y \in R$

Jawaban:

Petunjuk:

Gambarkan garis y = -1 selanjutnya **arsirlah daerah yang bukan merupakan Himpunan Penyelesaian, dengan kata lain daerah yang bersi atau tidak diarsir adalah daerah Himpunan Penyelesaian.**

3). $x + 2y \leq 4, x, y \in R$

Jawaban:

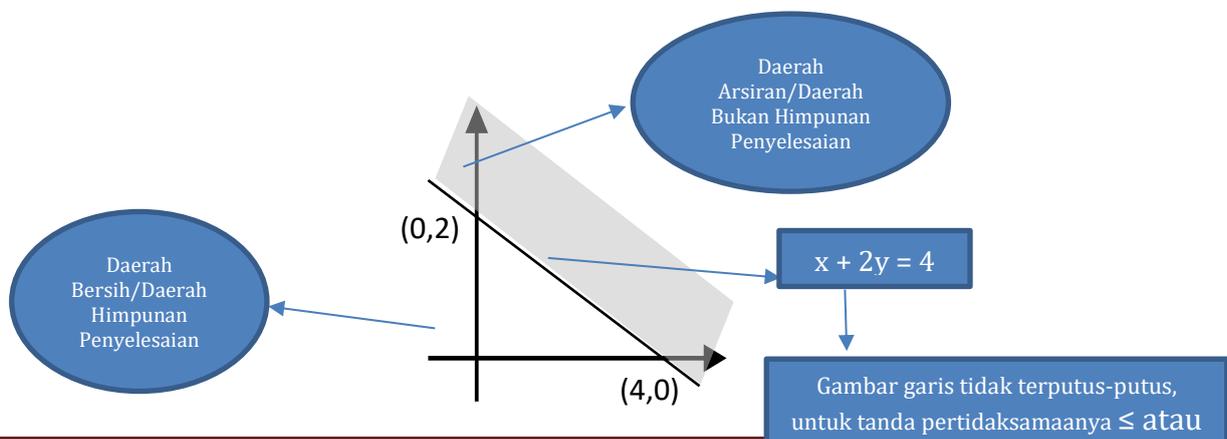
Petunjuk: Untuk menggambarkan garis $x + 2y = 4$, buatlah dua titik bantu dengan mengambil nilai x = 0 maka y =... dan nilai y = 0 maka x =...

Lihat tabel berikut:

x	0	4
y	2	0

Jadi titik bantunya adalah (0 , 2) dan (4 , 0) selanjutnya gambarkan di bidang Cartesius Untuk menentukan daerah himpunan penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis $x + 2y = 4$.

Misal titik (0,0) berarti nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke persamaan $x + 2y \leq 4$ maka $0 + 2(0) \leq 4 \rightarrow 0 \leq 4$ (**Benar**), maka **daerah Himpunan Penyelesaiannya di bawah garis x + 2y = 4, dan arsirlah daerah yang bukan daerah penyelesaiannya.**

Gambar Grafik Cartesiusnya adalah:

4). $2x + y \leq 6$, x > 1, $y \geq 0$, untuk $x, y \in R$

Jawaban:

b. Petunjuk:

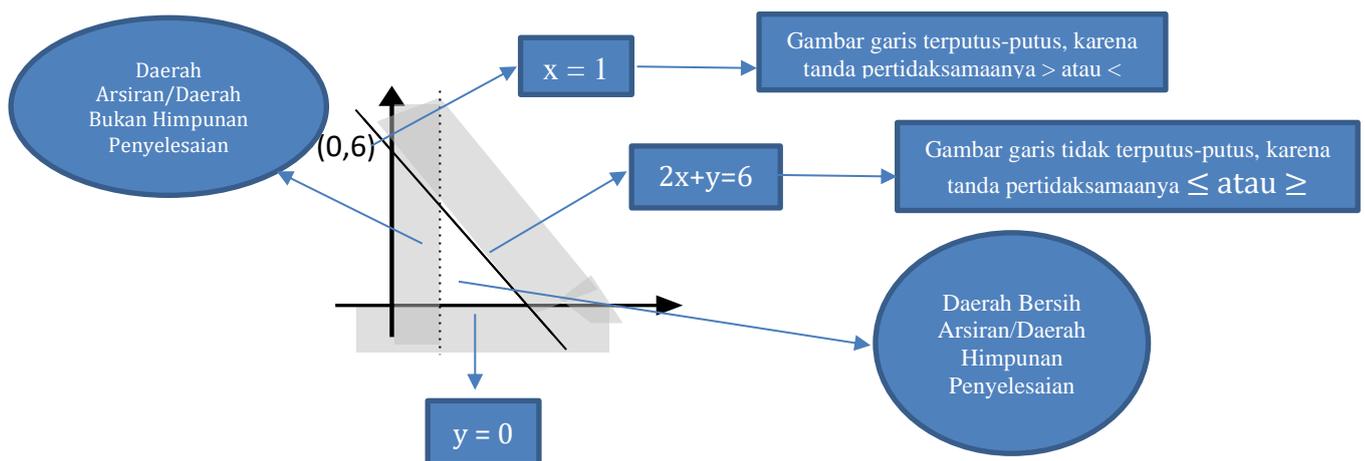
Untuk menggambarkan garis $2x + y \leq 6$, buatlah dua titik bantu dengan cara mengambil nilai x = 0 maka y =... dan nilai y = 0 maka x =...

Jadi titik bantunya adalah (0,6) dan (3,0) selanjutnya gambarkan di bidang Cartesius Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis $2x + y = 6$

Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $2x + y \leq 6$,
$2(0) + (0) \leq 6 \rightarrow 0 \leq 6$ (**Benar**), maka **daerah Himpunan Penyelesaiannya di bawah garis** $2x + y = 6$**, dan arsirlah daerah yang bukan daerah penyelesaiannya**.

c. Gambar garis x = 1
Petunjuk: Buat garis lurus pada sumbu X di absix x = 1

d. Gambar garis y = 0
Petunjuk: Buat garis lurus pada sumbu Y di ordinat y = 0 (berimpit dengan sumbu X)

Gambar Grafik Cartesiusnya adalah:

C. Rangkuman

Pertidaksamaan Linier dua peubah *x* dan *y* adalah pertidaksamaan yang memuat dua peubah yang masing-masing berpangkat satu. Sistem pertidaksamaan Linier adalah gabungan dua atau lebih pertidaksamaan.

D. Penugasan Mandiri

1. Latihan Essay

Kerjakan semua soal di bawah ini di kertas millimeter block, kemudian cocokkan dengan alternatif penyelesaiannya!

1. Gunakan kertas millimeter block untuk menentukan daerah Himpunan Penyelesaian system pertidaksamaan $2x + 5y \geq 20$; $3x + 2y \geq 18$; $x \geq 0$; $y \geq 0$, $x, y \in R$

Jawaban Alternatif

a. Menggambar Garis 2x + 5y = 20

Petunjuk: Untuk menggambarkan garis 2x + 5y = 20, buatlah dua titik bantu dengan cara mengambil nilai x = 0 maka y =... dan nilai y = 0 maka x =...

Lihat tabel berikut:

x	0	10
y	4	0

Jadi titik bantunya adalah (0,4) dan (10,0)

Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis 2x + 5y = 20.

Misal (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $2x + 5y \geq 20 \rightarrow 2(0) + 5(0) \geq 20 \rightarrow 0 + 0 \geq 20 \rightarrow 0 \geq 20$ (**Salah**), maka **daerah Himpunan Penyelesaiannya di atas garis** 2x + 5y = 20**, dan arsirlah daerah yang bukan daerah penyelesaiannya**. (lihat gambar)

b. Menggambar garis 3x + 12 y = 18

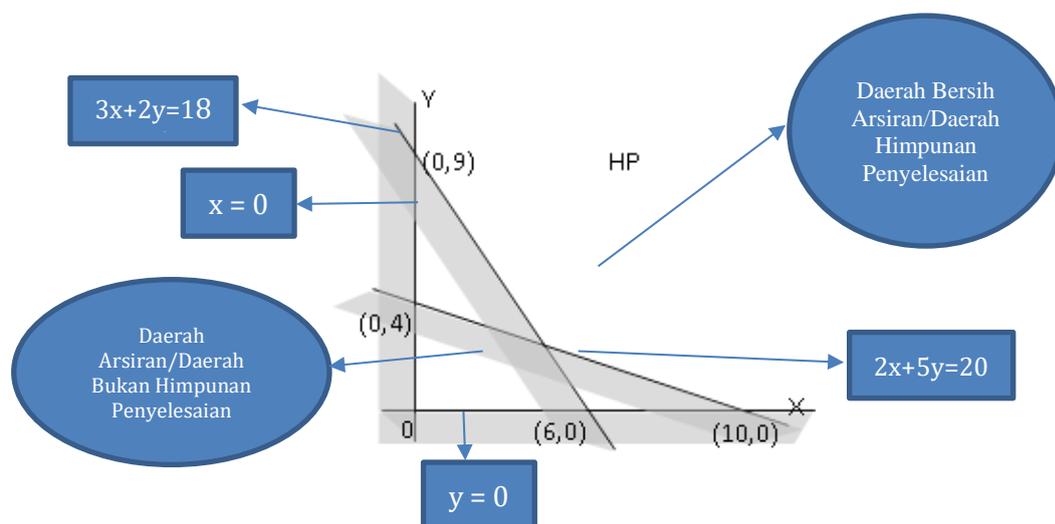
Petunjuk: Untuk menggambarkan garis 3x + 12 y = 18, buatlah dua titik bantu dengan cara mengambil nilai x = 0 maka y =... dan nilai y = 0 maka x =...

x	0	6
y	9	0

Jadi titik bantunya adalah (0,9) dan (6,0)

Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis 3x + 2y = 18.

Misal (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $3x + 2y \geq 18 \rightarrow 2(0) + 5(0) \geq 20 \rightarrow 0 + 0 \geq 20 \rightarrow 0 \geq 20$ (**Salah**), maka **daerah Himpunan Penyelesaiannya di atas garis** 2x + 5y = 20**, dan arsirlah daerah yang bukan daerah penyelesaiannya**. (lihat gambar).

Sehingga gambar grafiknya, adalah:

2. Gunakan kertas millimeter block untuk menentukan daerah Himpunan Penyelesaian 13ystem pertidaksamaan $2x + y \leq 4; x + 2y \geq 4; x \geq 0; y \geq 0$ untuk $x, y \in R$

Jawaban Alternatif

Menggambar Garis

2x + y = 4

Petunjuk: untuk membuat garis 2x + y = 4, buatlah dua titik bantu dengan cara mengambil nilai x = 0 maka y =… dan nilai y = 0 maka x =…

Lihat table berikut:

X	0	4
Y	2	0

Jadi titik bantunya adalah (0,2) dan (4,0), selanjutnya gambarkan di bidang Cartesius. Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis 2x + y = 4, Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $2x + y \leq 4$ maka $2(0) + (0) \leq 4 \rightarrow 0 \leq 4$ (**Benar**), maka **daerah Himpunan Penyelesaiannya di bawah garis** $2x + y = 6$**, dan arsirlah daerah yang bukan daerah penyelesaiannya.**

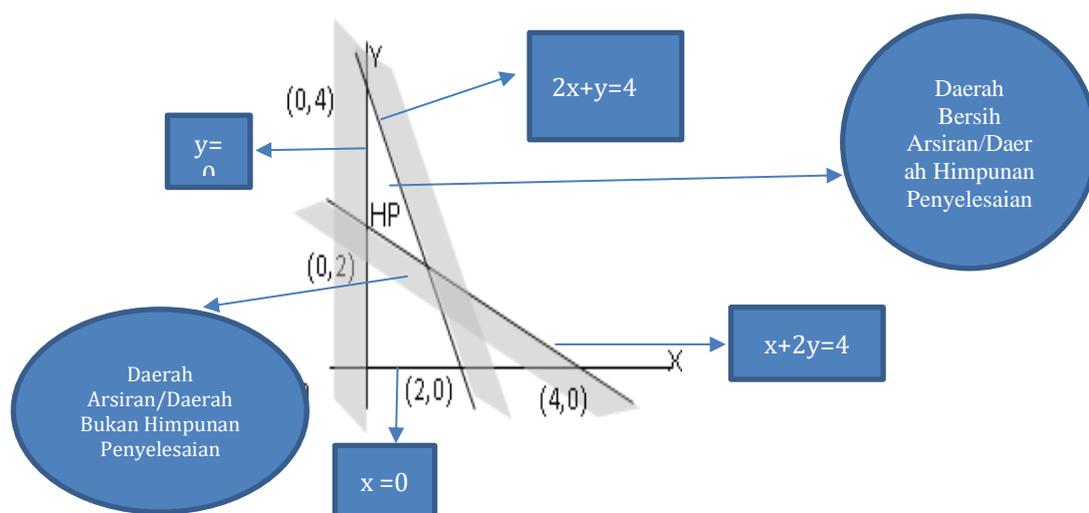
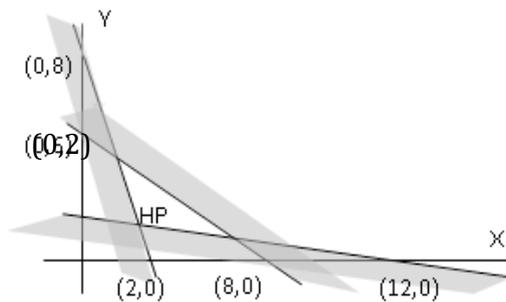
a. Menggambar garis x + 2y = 4

Petunjuk: untuk membuat garis x + 2y = 4, buatlah dua titik bantu dengan cara mengambil nilai x = 0 maka y =... dan nilai y = 0 maka x =…

Lihat table berikut:

x	0	2
y	4	0

Jadi titik bantunya adalah (0,4) dan (2,0), selanjutnya gambarkan di bidang Cartesius. Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis x + 2y = 4, Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $x + 2y \geq 4$ maka $(0) + 2(0) \geq 4 \rightarrow 0 \geq 4$ (**Salah**), maka **daerah Himpunan Penyelesaiannya di atas garis** $x + 2y = 4$**, dan arsirlah daerah yang bukan daerah penyelesaiannya.**

Sehingga gambar grafiknya, yaitu:

3. Tentukan sistem pertidaksamaan dari daerah himpunan penyelesaian berikut: (daerah Himpunan Penyelesaian adalah daerah yang bersih).

Jawaban Alternatif

i. Pertidaksamaan untuk (2,0) dan (0,8)
   $8x + 2y \geq 16$ (kedua ruas dibagi dengan 2)
   $4x + y \geq 8$

ii. Pertidaksamaan untuk (8,0) dan (0,6)
   $6x + 8 \leq 48$ (kedua ruas dibagi dengan 2)
   $3x + 4 \leq 24$

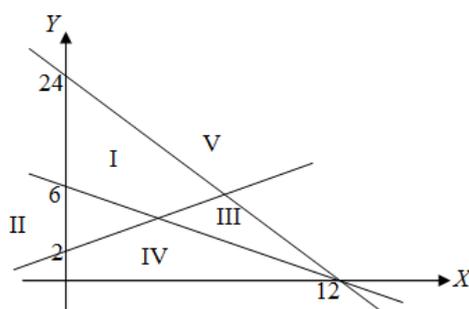
iii. Pertidaksamaan untuk titik (12,0) dan (0,2)
   $2x + 12y \geq 24$ (kedua ruas dibagi dengan 2)
   $x + 6y \geq 12$

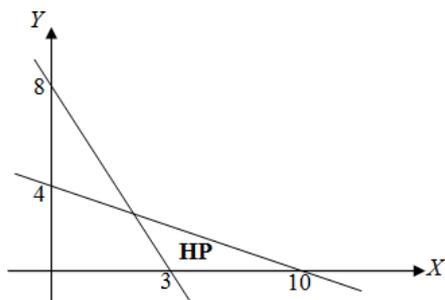
Petunjuk:
1. semua nilai yang terdapat di sumbu X yaitu 2, 8, dan 12 dikalikan dengan variable y, sehingga diperoleh 2y, 8y, dan 12y
2. semua nilai yang terdapat di sumbu Y yaitu 2, 6, dan 8 dikalikan dengan variable x, sehingga diperoleh 2x, 6x, dan 8x
3. kalikan nilai yang ada pada sumbu X dan sumbu Y tersebut sebagai konstanta, diperoleh 2x8=16, 8x6=48, dan 12x2=24

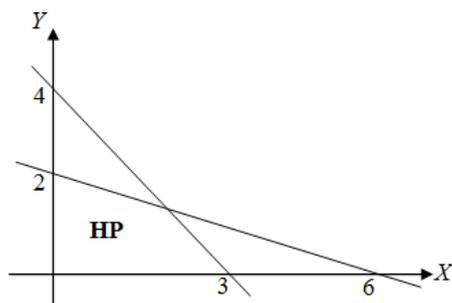
Sehingga pertidaksamaan pada grafik di atas adalah $4x + y \geq 8$; $3x + 4 \leq 24$; $x + 6y \geq 12$; $x \geq 0$, y ≥ 0, Untuk x, y ∈ R.

E. Latihan Soal

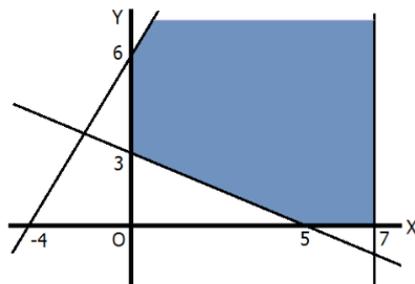
Pilihlah salah satu jawaban yang benar

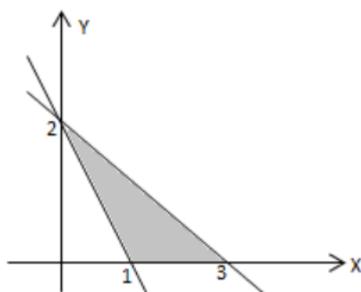
1. Pada gambar berikut, yang merupakan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan $2x + y \leq 24$; $x + 2y \geq 12$; $x - y \geq -2$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ adalah daerah … .

A. I
B. II
C. III
D. IV
E. V

2. Sistem pertidaksamaan Linier dua variabel yang memenuhi grafik berikut adalah … .

A. $3x + 8y \geq 24$; $4x + 10 < 40$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
B. $8x + 3y \geq 24$; $4x + 10 > 40$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
C. $3x + 8y \leq 24$; $4x + 10 > 40$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
D. $8x + 3y \geq 24$; $4x + 10 < 40$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
E. $8x + 3y \geq 24$; $4x + 10 \leq 40$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

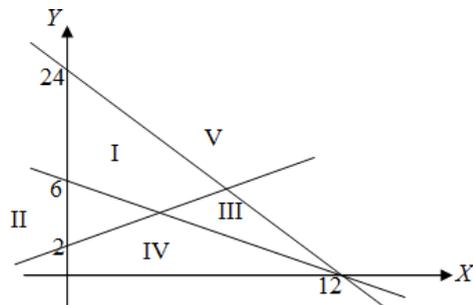
3. Perhatikan gambar berikut!

Bentuk sistem pertidaksamaan dari grafik tersebut adalah …

A. $4x + 3y \geq 12$; $x + 3y \leq 6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
B. $4x + 3y \leq 12$; $x + 3y \geq 6$; ≥ 0; $y \geq 0$
C. $4x + 3y \leq 12$; $x + 3y \leq 6$; ≥ 0; $y \geq 0$
D. $4x + 3y \geq 12$; $x + 3y \geq 6$; ≥ 0; $y \geq 0$
E. $3x + 4y \leq 12$; $3x + y \leq 6$; ≥ 0; $y \geq 0$

4. Tentukan sistem pertidaksamaan dari daerah penyelesaian ypada gambar dibawah ini adalah ….

A. $3x-2y \geq -12$, $3x + 5y \geq 15$, $0 \leq x \leq 7$, dan $y \geq 0$.
B. $3x-2y \geq 12$, $3x + 5y \geq 15$, $0 \leq x \leq 7$, dan $y \geq 0$
C. $3x-2y \geq -12$, $3x + 5y \leq 15$, $0 \leq x \leq 7$, dan $y \geq 0$
D. $3x-2y \geq -12$, $5x + 3y \geq 15$, $0 < x < 7$, dan $y \geq 0$
E. $3x+2y \geq -12$, $3x + 5y \geq 15$, $0 \leq x \leq 7$, dan $y \geq 0$

5. Daerah yang diarsir pada gambar di bawah ini merupakangrafik himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan …..

A. $y \leq 0, 2x + y \geq 2, 2x + 3y \leq 6$
B. $y \geq 0, 2x + y \geq 2, 2x + 3y \geq 6$
C. $x \geq 0, 2x + y \geq 2, 2x + 3y \leq 6$
D. $x \geq 0, 2x + y \leq 2, 2x + 3y \leq 6$
E. $y \geq 0, 2x + y \leq 2, 2x + 3y \geq 6$

Kunci jawaban dan pembahasan

1. Kunci jawaban: C

Pembahasan:

Persamaan garis ke 1, Lihat tabel titik bantu berikut :

x	0	12
y	6	0

Persamaan garisnya adalah
12x + 6y = 72 (kedua ruas dibagi 6)
2x + y = 12, Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis $2x + y = 12$
Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $2x + y \geq 12$
2(0)+0≥12 atau 0≥12 (Salah), maka daerahHimpunan Penyelesaiannya Di atas garis 2x+y=12

Persamaan garis ke 2, Lihat tabel titik bantu berikut :

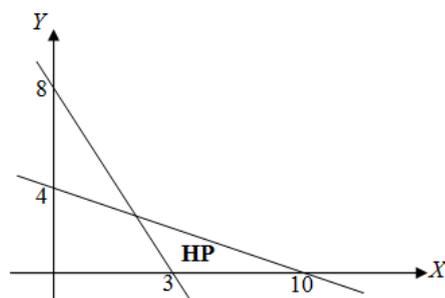
x	0	12
y	24	0

Persamaan garisnya adalah
24x + 12y = 288 (kedua ruas dibagi 12)
2x + y = 24, Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis $2x + y = 24$
Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $2x + y \leq 24$
2(0)+0≤ 24 atau 0≤ 24 (Benar), maka daerah Himpunan Penyelesaiannya Di bawah garis 2x+y=24

Persamaan garis ke 3 $x - y \geq -2$
Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis $x - y = -2$
Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $x - y \geq -2$
(0)+(0) ≥ -2 atau 0≥ -2 (Benar), maka daerah Himpunan Penyelesaiannya Di bawah garis x – y = -2

Persamaan garis ke 3 adalah $x \geq 0$
Persamaan garis ke 4 adalah y ≥ 0

Sehingga system pertidaksamaannya adalah $2x + y \leq 24$; $x + 2y \geq 12$; $x - y \geq -2$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

2. Kunci Jawaban: E

Pembahasan:

Persamaan garis ke 1, Lihat tabel titik bantu berikut :

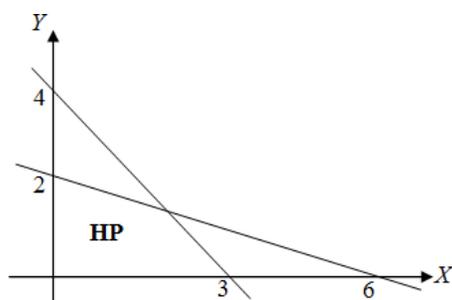
x	0	10
y	4	0

Persamaan garisnya adalah 4x + 10y = 40, Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis $4x + 10y = 40$
Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $4x + 10y \leq 40$
4(0)+10(0) ≤ 40 atau 0+0 ≤ 40 (Benar), maka daerah Himpunan Penyelesaiannya Di bawah garis 4x+ 10y=40

Persamaan garis ke 2, Lihat tabel titik bantu berikut :

x	0	3
y	8	0

Persamaan garisnya adalah 8x + 3y = 24 , Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis $8x + 3y = 24$
Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $8x + 3y \geq 24$
8(0)+ 3(0) ≥ 24 atau 0 +) ≥ 24 (Salah), maka daerah Himpunan Penyelesaiannya Di atas garis 2x+y=24
Persamaan garis ke 3 adalah $x \geq 0$
Persamaan garis ke 4 adalah y ≥ 0
Sehingga system pertidaksamaannya adalah $8x + 3y \geq 24$; $4x + 10 \leq 40$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

3. Kunci Jawaban: C $4x + 3y \leq 12$; $x + 3y \leq 6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
   Pembahasan:

Persamaan garis ke 1, Lihat tabel titik bantu berikut :

x	0	6
y	2	0

Persamaan garisnya adalah 2x + 6y = 12 (Kedua ruas dibagi dengan 2) sehingga x + 3y = 6, Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis x + 3y = 6
Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $x + 3y \leq 6$, sehingga
0 + 3(0) ≤ 6 atau 0+0 ≤ 6 (Benar), maka daerah Himpunan Penyelesaiannya Di bawah garis x+ 3y = 6

Persamaan garis ke 2, Lihat tabel titik bantu berikut:

x	0	3
y	4	0

Persamaan garisnya adalah 4x + 3y = 12, Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis 4x + 3y = 12,
Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $4x + 3y \leq 12$, sehingga 4(0) +3(0) ≤ 12 atau 0+0 ≤ 12 (Benar), maka daerah Himpunan Penyelesaiannya Di bawah garis 4x + 3y = 12
Persamaan garis ke 3 adalah $x \geq 0$
Persamaan garis ke 4 adalah y ≥ 0
Sehingga system pertidaksamaannya adalah $4x + 3y \leq 12$; $x + 3y \leq 6$; ≥ 0; $y \geq 0$

4. Jawaban : A
   Pembahasan:
   Penyelesaian garis yang membatasi daerah penyelesaian di atas adalah:
   a. 6x – 4y = -24
   b. 3x + 5y = 15
   c. x = 0
   d. x = 7
   e. y = 0

   maka sistem pertidaksamaan dari daerah himpunan penyelesaian diatas adalah 3x-2y ≥ -12, 3x + 5y ≥ 15, 0 ≤ x ≤ 7, dan y ≥ 0

5. Jawaban : C
   Pembahasan :
   Persamaan garis yang melalui titik (1, 0) dan (0, 2) adalah 2x + y = 2
   Persamaan garis yang melalui titik (0, 2) dan (3, 0) adalah 2x + 3y = 6
   Maka daerah yang siarsir adalah:
   a. Disebelah kanan sumbu y, berarti x ≥ 0
   b. Disebelah kiri garis 2x + 3y, berarti 2x + 3y ≤ 0
   c. Disebelah kanan garis 2x + y, berarti 2x + 3y ≥ 0

F. Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggung jawab!

No.	Pertanyaan	Jawaban	
		Ya	Tidak
1.	Apakah Anda telah mampu memahami sistem pertidaksamaan linier dua variabel?		
2.	Apakah Anda telah mampu membuat grafik dari beberapa pertidaksamaan linier dua variabel?		
3.	Apakah Anda telah mampu membuat sistem pertidaksamaan linier dari grafik yang diberikan?		

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
Program Linier dan Model Matematika

A. Tujuan Pembelajaran

Tujuan pada kegiatan pembelajaran 2 ini supaya siswa mampu:

1. Membuat model matematika soal yang berkaitan dengan program linier;
2. Menentukan daerah penyelesaian program linier;
3. Menentukan nilai optimum masalah program linier yang berkaitan dengan maslaha kontekstual sehari-hari.

B. Uraian Materi

Program Linier adalah suatu metode penentuan nilai optimum dari suatu persoalan Linier. Nilai optimum (maksimal atau minimum) diperoleh dari nilai dalam suatu himpunan penyelesaiaan persoalan Linier

Secara umum Program Linier terdiri dari dua bagian, yaitu : **fungsi kendala dan fungsi obyektif.**
Fungsi kendala adalah batasan-batasan yang harus dipenuhi, sedangkan **fungsi obyektif** adalah fungsi yang nilainya akan dioptimumkan (dimaksimumkan atau diminimumkan). Dalam program linier ini, batasan-batasan (kendala-kendala) yang terdapat dalam masalah program linier diterjemahkan terlebih dahulu ke dalam bentuk perumusan matematika, yang disebut model matematika.
Cara menyelesaikan permasalahan nyata dengan model program Linier dua variabel, yaitu harus mengetahui cara memodelkan matematika dan menenentukan nilai optimum bentuk objektif.

1) Model Matematika

Model matematika adalah adalah suatu hasil interpretasi manusia dalam menerjemahkan atau merumuskan persoalan sehari-hari ke dalam bentuk matematika, sehingga persoalan itu dapat diselesaikan secara sistematis.

Program Linier adalah suatu program yang dapat dipakai untuk menyelesaikan suatu masalah optimasi, misalnya dibidang ekonomi, industri, perdagangan, dan sebagainya.

Setiap manusia dalam mencapai tujuannya akan menemui kendala, seorang pengusaha roti yag ingin memperoleh keuntungan semaksimal mungkin, kendalanya mungkin dari harga bahan pokok, kendala pemasarannya, dan lain-lain. Masalah-masalah nyata yang sering dihadapi ini akan menjadi bahan kajian di dalam program Linier. Yaitu dengan cara menyelesaikan permasalahan nyata yang dihubungkan dengan program Linier dalam bentuk sistem persamaan Linier dua variabel, dengan kondisi awal kita harus mengetahui cara menterjemahkan bahasa sehari-hari tersebut ke dalam bahasa matematika atau dengan istilah model matematika dan selanjutnya akan kita tentukan nilai optimum bentuk objektif.

Model Matematika adalah suatu rumusan matematika (dapat berbentuk persamaan, pertidaksamaan, atau fungsi) yang diperoleh dari terjemahan suatu masalah ke dalam bahasa matematika.

Masalah-masalah yang hendak diselesaikan dengan program Linier, terlebih dahulu diterjemahkan menjadi model matematika (dengan variabel-variabel x dan y).

Contoh:

(1) Seorang siswa dapat memilih jurusan IPA, jika memenuhi syarat sebagai berikut:
i). Nilai matematika lebih dari 6
ii). Nilai fisika minimal 7
iii). Jumlah nilai matematika dan fisika tidak boleh kurang dari 13
Buat model matematika sebagai syarat seorang siswa bisa ke jurusan IPA
Jawaban :
Misal: Matematika = x dan Fisika = y
Maka Model Matematika adalah dijadikan sebagai Syarat atau Kendalanya, yaitu:
i). $x > 6$
ii). $y \geq 7$
iii). $x + y \geq 13$ dengan $x, y \in R$

(2) Seorang pemborong akan membangun rumah di atas tanah seluas 10.000 m^2. Rumah yang akan dibangun terdiri dari dua tipe yaitu RS dan RSS. Luas tanah tipe RS 100 m^2 dan luas tanah tipe RSS 80 m2. Sebuah rumah tipe RS dikerjakan oleh 5 orang dan sebuah rumah tipe RSS dikerjakan oleh 3 orang, sedangkan tenaga kerja yang tersedia 450 orang. Rumah itu akan dijual dengan keuntungan Rp 1.000.000 untuk satu unit RS dan Rp 750.000 untuk satu unit RSS.
Buat model matematika dan tulis labanya dalam x dan y!

Jawaban :
Misal:
Rumah Tipe RS = x
Rumah Tipe RSS = y
Syarat/Kendala
1. $100x + 80y \leq 10.000$ (Kedua ruas dibagi dengan 20)
   $5x + 4y \leq 500$
2. $5x + 3y \leq 450$
3. $x \geq 0$ (Karena tidak mungkin sebuah type rumah bernilai negatif)
4. $y \geq 0$ (Karena tidak mungkin sebuah type rumah bernilai negatif)
5. Labanya: 1.000.000 x + 750.000 y (dijadikan sebagai fungsi tujuan atau fungsi obyekti), sehingga $f(x,y) = 1.000.000x + 750.000y$

2) Nilai Optimum Bentuk Objektif

Bentuk objektif atau fungsi objektif atau fungsi tujuan adalah bagian dari model matematika yang menyatakan tujuan (fungsi sasaran) yang ingin dicapai dari suatu persoalan program Linier.

Bentuk objektif atau tujuan dinyatakan dalam $ax + by$ atau $f(x,y) = ax + by$.
Dari bentuk ini akan dicari nilai optimum (maksimum atau minimum).

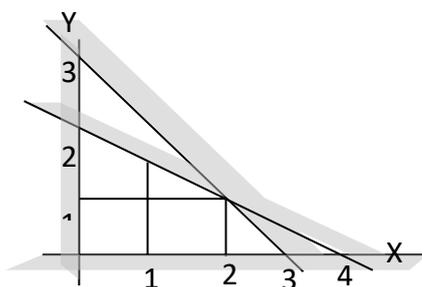
a. Metode Uji Titik Pojok

Nilai optimum bentuk objektif ax + by adalah nilai tertinggi (maksimum) atau nilai terendah (minimum) dari ax + by untuk (x, y) anggota himpunan penyelesaian.

Contoh 1

Tentukan nilai maksimum dari 2x + 3y, x , y ϵ C yang memenuhi sistem pertidaksamaan x + y ≤ 3 ; x + 2y ≤ 4, x ≥ 0; y ≥ 0

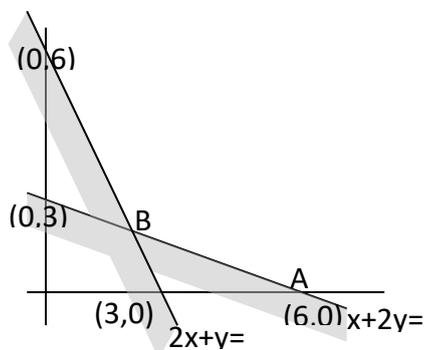
Jawaban :

Terlebih dahulu digambar daerah Himpunan Penyelesaian dari sistem pertidaksamaan di atas. Kemudian dihitung nilai 2x+3y pada setiap titik dalam daerah himpunan penyelesaian.

(x,y)	(0,0)	(1,0)	(2,0)	(3,0)	(0,1)	(1,1)	(2,1)	(0,2)
2x+3y	0	2	4	6	3	3	7	6

Berdasarkan tabel di atas, maka nilai maksimum dari 2x + 3y adalah 7 untuk x = 2 dan y = 1.

Nilai maksimum diperoleh pada titik sudut daerah himpunan penyelesaian, berdasarkan nilai tersebut, maka untuk menentukan nilai optimum suatu bentuk objektif f(x,y) = ax + by, kalian cukup menghitung nilai pada tiap titik-titik sudut atau titik yang dekat dengan titik sudut pada daerah himpunan penyelesaian.

Contoh 2

Tentukan nilai minimum dari 3x + 2y dari sistem pertidaksamaan: x + 2y ≥ 6 ; 2x + y ≥ 6 ;   x ≥ 0 ; y ≥ 0, untuk x ,y ϵ R

Titik-titik sudut daerah Himpunan Penyelesaiannya adalah:
Titik A (6,0), titik C (0,6) dan titik B yang diperoleh dari titik potong garis x + 2y ≥ 6 dan   2x + y ≥ 6.

Untuk menentukan titik B kalian gunakan metode eleminasi dan substitusi

$$\begin{array}{l|l} x + 2y = 6 & \times 1 \quad x + 2y = 6 \\ 2x + y = 6 - & \times 2 \quad 4x + 2y = 12 - \\ & \quad 3x = 6 \\ & \quad x = 2 \end{array}$$

substitusi nilai x = 2 ke persamaan x + 2y = 6 sehingga diperoleh 2 + 2y = 6

dan 2y = 6-2

2y = 4

y = 2

jadi titik B adalah (2 , 2)

untuk memperoleh nilai minimum, harus kalian uji titik-titik sudut tersebut ke fungsi obyektif f(x,y) = 3x + 2y, sehingga diperoleh

titik A (6,0) nilai fungsi obyektif f(6,0)= 3(6)+2(0)= 18 + 0 = 18.

titik B (2,2) nilai fungsi obyektif f(220)= 3(2)+2(2)= 6 + 4 = 10.

titik C (0,6) nilai fungsi obyektif f(0,6)= 3(0)+2(6)= 0 + 12 = 12.

berdasarkan hasil uji titik tersebut maka kalian akan melihat nilai yang paling minimum adalah 10 yang diperoleh dari x = 2 dan y = 2

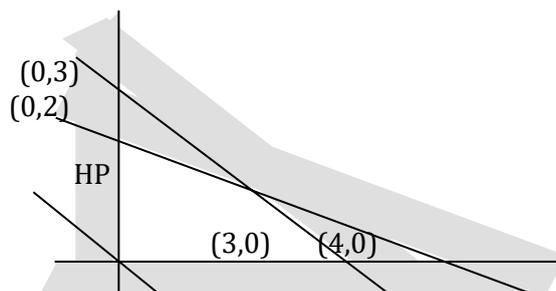
b. Metode Garis Selidik

Cara lain yang sering dipakai untuk menentukan nilai optimum suatu bentuk objektif adalah menggunakan garis selidik. Garis selidik adalah himpunan garis-garis sejajar yang dibuat melalui titik-titik sudut daerah himpunan penyelesaian dengan tijuan untuk menyelidiki dan menentukan nilai maksimum dan minimum.

Bentuk umum persamaan garis selidik dari bentuk objektif f(x,y) = ax + by adalah Z = ax + by = k untuk k, ϵ R.

<u>Contoh 1</u>

Tentukan nilai maximum dari 2x + 3y, x, y ϵ R. yang memenuhi sistem pertidaksamaan x + y ≤ 3, x + 2y ≤4, x ≥ 0, y ≥ 0 dengan garis selidik!

Jawaban :

Buat garis 2x + 3y = 0, kemudian dibuat garis-garis yang sejajar dengan garis 2x + 3y = 0 yang melalui setiap titik-titik sudut yaitu 2x + 3y = 6 dan 2x + 3y = 7. Titik sudut yang paling kanan (terakhir) disentuh oleh garis selidik adalah merupakan nilai optimum. Sehingga nilai maksimumnya = 7 untuk x = 2 dan y = 1.

Contoh 2

Gambar daerah HP dari sistem pertidaksamaan $x + y \geq 6$; $2x + y \geq 3$; $1 \leq x \leq 4$, $y \geq 0$; $x, y \in R$. Tentukan nilai optimum $2x + 4y$ dengan garis selidik!

Jawaban :

Garis $x + y = 6$

x	0	6
y	6	0

Garis $2x + 4y = 3$

x	0	3/2
y	3	0

Garis $2x + 4y = 0$

	0	2
y	0	-1

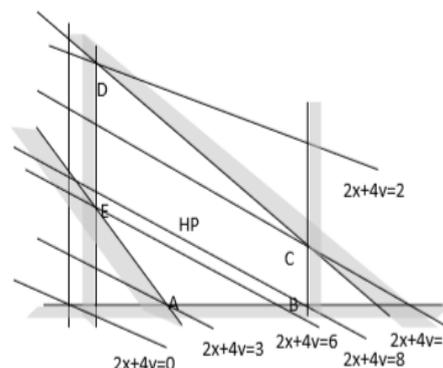
Titik titik sudut :

A. (3/2, 0)

B. (4,0)

C. (x,y) untuk x =4 dan y = 2
   x + y = 6 maka C (4,2)

D. (x,y) untuk x = 1 dan y = 5
   x + y = 6 maka D (1,5)

E. (x,y) untuk x = 1 dan y = 1
   2x + y = 3 maka E (1,1)

c. Menyelesaikan Permasalahan Program Linier

Langkah-langkah untuk menyelesaikan soal program Linier adalah sebagai berikut:

a. Ubahlah soalnya ke dalam bahasa matematika dan buatlah model matematika yang terdiri atas sistem pertidaksamaan, dan fungsi objektif ax + by yang harus dimaksimumkan atau diminimumkan.

b. Gambar daerah himpunan penyelesaian pada diagram cartesius

c. Menetukan titik titik sudut daerah Himpunan Penyelesaian kemudian menentukan nilai optimumnya baik dengan tabel maupun dengan garis selidik.

Contoh

Seorang pedagang sepatu merencanakan akan menbeli tidak lebih dari 100 pasang sepatu wanita dan pria untuk di jual. Harga beli sepasang sepatu pria Rp 20.000 dan sepasang sepatu wanita Rp.30.000. Modal yang tersedia Rp.2.400.000. Keuntungan untuk sepasang sepatu pria Rp. 4.000 dan sepasang sepatu wanita Rp. 5.000.

a. Buatlah model matematikanya!

b. Gambar daerah himpunan penyelesaiannya!

c. Berapa pasang masing-masing jenis yang harus dibeli dan dijual agar diperoleh keuntungan maksimum?

d. Berapa keuntungan maksimumnya?

Jawab

a. Model Matematika

Misal:

Sepatu pria = x

Sepatu wanita = y

Model matematikanya

Bentuk objektif: $F(x,y) = 4.000x + 5.000y$

Kendala/Syarat :

$x + y \leq 100$ .... (i)

20.000x + 300.000y ≤ 2.400.000(kedua ruas dibagi dengan 10.000)

2x + 3y ≤ 240…………………………………………………………………………(ii)
x ≥ 0…………………………………………………………………………………(iii)
y ≥ 0…………………………………………………………………………………(iv)

b. Gambar daerah himpunan penyelesaiannya
Menggambar garis x + y = 100
Petunjuk: untuk membuat garis x + y = 100, buatlah dua titik bantu dengan cara mengambil nilai x = 0 maka y =... dan nilai y = 0 maka x =…
Lihat tabel berikut :

x	0	100
y	100	0

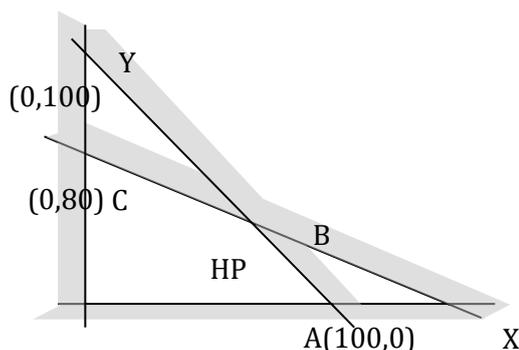
Jadi titik bantunya adalah (0,100) dan (100,0), selanjutnya gambarkan di bidang Cartesius

Untuk menentukan daerah himpunan penyelesaiannya uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis x + y = 100, Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $x + y \leq 100$ maka (0) + (0) ≤ 100 → 0 ≤ 100 (**Benar**), maka **daerah himpunan penyelesaiannya di bawah garis $x + y = 100$, dan arsirlah daerah yang bukan daerah penyelesaiannya**

Menggambar garis 2x + 3y = 240
Petunjuk: untuk membuat garis x + y = 100, buatlah dua titik bantu dengan cara mengambil nilai x = 0 maka y =... dan nilai y = 0 maka x =…
Lihat table berikut:

x	0	120
y	80	0

Jadi titik bantunya adalah (0, 80) dan (120,0), selanjutnya gambarkan di bidang Cartesius

Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis 2x + 3y = 240, Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $2x + 3y \leq 240$ maka 2(0) + 3(0) ≤ 240 → 0 ≤ 240 (**Benar**), maka **daerah Himpunan Penyelesaiannya di bawah garis $2x + 3y = 240$, dan arsirlah daerah yang bukan daerah penyelesaiannya**

c. Berapa pasang masing-masing jenis yang harus dibeli dan dijual agar diperoleh keuntungan maksimum

Berdasarkan gambar di atas, maka titik-titik sudut nya adalah :
Titik O(0,0), titik A (100,0), titik C (0,80) dan titik B yang diperoleh dari titik potong garis $x + y = 100$ dengan garis $2x + 3y = 240$, untuk mencari titik B gunakan oleh kalian metode elemninasi dan substitusi.

$x + y = 100$	x3	$3x + 3y = 300$
$2x + 3y = 240$ -	x1	$2x + 3y = 240$ –
		$x = 60$

substitusi nilai $x = 60$ ke persamaan $x + y = 100$ sehingga diperoleh $60 + y = 100$, maka nilai $y = 100 - 60 = 40$, jadi titik B adalah (60,40)
untuk memperoleh nilai maksimum lakukan uji titik sudut terhadap fungsi obyektif $f(x,y) = 4.000x + 5.000y$

Titik O(0,0) maka f(0,0) = 4.000(0) + 5.000(0) = 0 + 0 = 0
Titik A(100,0) maka f(100,0) = 4.000(100) + 5.000(0) = 400.000 + 0 = 400.000
Titik B (60,40) maka f(60,40) = 4.000(60) + 5.000(40) = 240.000 + 200.000= 440.000
Titik C(0,80) maka f(0,80) = 4.000(0) + 5.000(80) = 0 + 400.000 = 400.000

Berdasarkan hasil uji titik tersebut, maka kalian dapat melihat nilai maksimumnya adalah Rp.440.000,00 yang diperoleh dari nilai x = 60 dan nilai y = 40.
Kesimpulannya adalah banyak sepatu pria (x) = 60, dan sepatu wanita (y) = 40

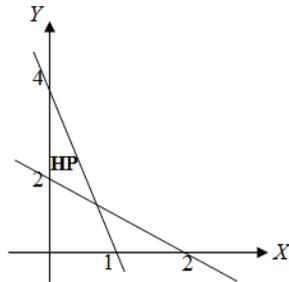
d. Berapakah keuntungan maksimum yang diperoleh keuntungan maksimumnya adalah Rp.440.000,00

C. Rangkuman

1. Daerah himpunan penyelesaian PtLDV dapat ditentukan berada di kanan atau kiri garis pembatas dengan cara memperhatikan tanda ketaksamaan. Berikut ini langkah-langkahnya:
2. Program Linier adalah suatu program untuk menyelesaikan permasalahan yang batasanbatasannya berbentuk pertidaksamaan linier.
3. Model matematika adalah adalah suatu hasil interpretasi manusia dalam menerjemahkan atau merumuskan persoalan sehari-hari ke dalam bentuk matematika, sehingga persoalan itu dapat diselesaikan secara sistematis.
4. Langkah-langkah untuk menyelesaikan soal program Linier adalah sebagai berikut:
   a. Ubahlah soalnya ke dalam bahsa matematika dan buatlah model matematika untuk syarat/Kendal, yang terdiri atas sistem pertidaksamaan.
   b. Buatlah fungsi objektiff(x,y) = ax + by yang akan dioptimumkan (dimaksimumkan atau diminimumkan)
   c. Gambarkan Daerah Himpunan Penyelesaiannya dari masing-masing syarat/kendala.
   d. Tentukan titik titik sudut daerah Himpunan Penyelesaian,
   e. Tentukan nilai optimumnya baik dengan table (uji titik) maupun dengan garis selidik.
   f. Buatlah kesimpulan umumnya.

D. Latihan Soal

Kerjakan semua soal di bawah ini di kertas, kemudian cocokkan dengan alternatif penyelesaiannya!

1. Perhatikan gambar grafik di bawah ini:

Tentukanlah nilai minimum yang memenuhi fungsi obyektif f(x,y) = 5x + 3y

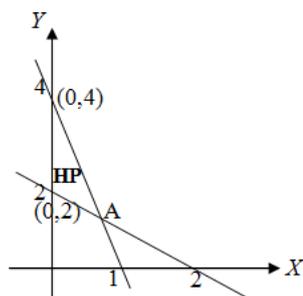
2. Seorang tukang las membuat dua jenis pagar. Tiap meter persegi jenis 1 memerlukan 4 meter besi pipa dan 6 meter besi beton. Adapun pagar jenis 2 memerlukan 8 meter besi pipa dan 4 meter besi beton. Tukang las tersebut mempunyai persediaan 640 meter besi pipa dan 480 meter besi beton. Harga jual per meter persegi jenis 1 Rp50.000,- dan harga jual per meter persegi pagar jenis 2 adalah Rp 75.000,-.

   Buatlah model matematika dari permasalahan Linier tersebut agar hasil penjualannya mencapai nilai maksimum!

3. Sebuah perusahaan bangunan merencanakan membangun rumah untuk disewakan kepada 540 orang. Banyak rumah yang akan dibangun tidak lebih dari 120 unit. Terdapat 2 jenis rumah yang akan disewakan. Rumah tipe I dengan jumlah penghuni 4 orang dan biaya sewa Rp 270.000/bulan. Rumah tipe Iidengan jumlah penghuni 6 orang dan biaya sewa Rp 360.000/bulan. Jika perusahaan membangun tipe rumah I sebanyak *x* buah dan tipe II *y* buah.

   Sedangkan pendapatan pembangunan tersebut adalah *f*, berapakah pendapatan maksimum yang akan diperoleh perusahaan tersebut?

Jawaban Alternatif Latihan Soal Essay

1. **Gambar Grafik Cartesiusnya (Skor = 15)**

Terlebih dahulu cari titik A:
$4x + \leq 4$ …………………. (1)
$x + y \geq 2$ ………………….. (2)
Titik A merupakan titik potong antara garis 4x + y = 4 dengan garis x = y = 2, dengan menggunakan metode gabungan, akan diperoleh:
Dengan metode eleminasi
4x + y = 4
x + y = 2 -
3x = 2
x = 2/3
substitusi nilai x = 2/3 ke persamaan 4x + y = 4, sehingga 4(2/3) + y = 4
8/3 + y = 4
y = 4 – 8/3
y = 12/3 – 8/3
y = 4/3
jadi titik potongnya (2/3 , 4/3)
selanjutnya kalian tentukan nilai minimum dari fungsi obyektif f(x,y) = 5x + 3y
titik (0,2) maka f(0,2) = 5(0) + 3(2) = 0 + 6 = 6
titik (2,0) maka f(2,0) = 5(2) + 3(0) = 10 + 0 = 10
titik (2/3 , 4/3) maka f(2/3 , 4/3)= 5(2/3) + 3(4/3) = 10/3 + 12/3 = 22/3
dari hasil uji titik di atas maka akan kalian lihat nilai minimumnya yaitu 6

2. **Jawaban (Skor = 15)**
   Misalkan:
   x = banyaknya pagar jenis 1
   y = banyaknya pagar jenis 2
   funsi Obyektif f(x,y) = 50.000x + 75.000y
   Kendala/Syarat:
   i. $4x + 8y \leq 640$ (kedua ruas dibagi dengan 4)
   $x + 2y \leq 160$
   ii. $6x + 4y \leq 480$ (kedua ruas dibagi 2)
   $3x + 2y \leq 240$
   iii. $x \geq 0$
   iv. $y \geq 0$

3. **Jawaban (Sekor = 20)**
Misalkan:
x = banyaknya rumah tipe I
y = banyaknya rumah tipe II
Kendala/Syarat :
   i. x + y ≤ 120
   ii. $4x + 6y \leq 540$ (kedua ruas dibagi dengan 2)
   $2x + 3y \leq 270$
   iii. $x \geq 0$
   iv. $y \geq 0$

   a. Gambar garis x+y=120
   Petunjuk: untuk membuat garis x + y = 120, buatlah dua titik bantu dengan cara mengambil nilai x = 0 maka y =... dan nilai y = 0 maka x =…
   Lihat table berikut:

x	0	100
y	100	0

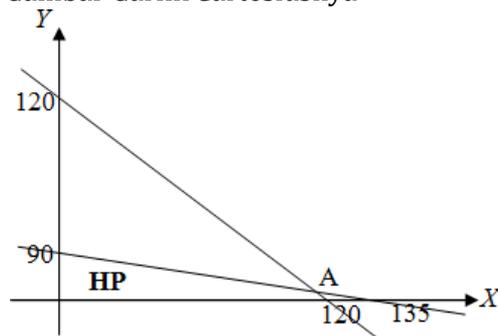
   Jadi titik bantunya adalah (0, 100) dan (100,0), selanjutnya gambarkan di bidang Cartesius
   Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis x + y = 100, Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $x + y \leq 100$ maka (0) + (0) ≤ 100 → 0 ≤ 100 (**Benar**), maka **daerah Himpunan Penyelesaiannya di bawah garis** $x + y = 100$**, dan arsirlah daerah yang bukan daerah penyelesaiannya**

   b. Gambar garis 2x+3y=270
   Petunjuk: untuk membuat garis 2x + 3y = 270, buatlah dua titik bantu dengan cara mengambil nilai x = 0 maka y =... dan nilai y = 0 maka x =…
   Lihat table berikut:

x	0	135
y	90	0

   jadi titik bantunya adalah (0, 90) dan (135,0), selanjutnya gambarkan di bidang Cartesius
   Untuk menentukan Daerah Himpunan Penyelesaiannya Uji salah satu titik yang tidak terletak pada garis 2x + 3y = 270, Misal titik (0,0) → artinya nilai x = 0 dan y = 0, substitusi ke $2x + 3y \leq 270$ maka 2(0) + 3(0) ≤ 270 → 0+0 ≤ 270 (**Benar**), maka **daerah Himpunan Penyelesaiannya di bawah garis 2**$x + 3y = 270$**, dan arsirlah daerah yang bukan daerah penyelesaiannya**

   c. Gambar garis $x \geq 0$
   d. Gambar garis y ≥ 0

Gambar Garfik Cartesiusnya

Titik sudut daerah Himpunan Penyelesaian
Titik O(0,0)
Titik A(120,0)
Titik C (0,90)
Titik B adalah titik potong antara garis x + y = 120 dan garis 2x + 3y = 270, dengan menggunakan metode eleminasi dan substitusi, harus kalian cari titik potongnya
Metode eleminasi

x + y = 120	x 3	3x + 3y = 360
2x + 3y = 270 -	x 1	2x + 3y = 270 –
		x = 90

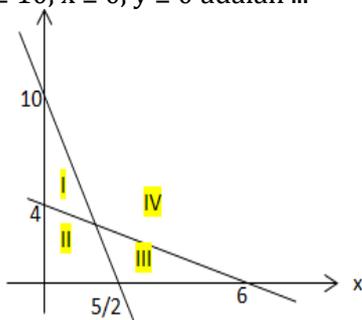
Substitusikan nilai x = 90 ke persamaan x + y = 120, sehingga diperoleh 90 + y = 120,
y = 120 – 90
y = 30
Jadi titik potongnya adalah (90,30)
Untuk memperoleh nilai maksimum selanjutnya kalian lakukan uji titik sudut ke funsi obyektif f(x,y) = 270.000x + 360.000y
Titik O (0,0) maka f(0,0)= 270.000(0) + 360.000(0) = 0 + 0 = 0
Titik A (120,0) maka f(120,0) = 270.000(120)+360.000(0) = 3.240.000+0 = 3.240.000
Titik B (90,30) maka f(90,30) = 270.000(90)+360.000(30) = 2.430.000+1.08.000= 3.510.000
Titik C(0,90) maka f(0,90) = 270.000(0)+360.000(90)= 0+3.240.000= 3.240.000
berdasarkan dari hasil uji titik tersebut, selanjutnya kalian tentukan nilai maksimumnya, dan diperoleh 3.520.000
Kesimpulannya keutungan maksimum yan diperoleh sebesar Rp. 3.520.000,- dengan menyewakan sebanyak 90 rumah type I (x) dan 30 rumah type II (y)

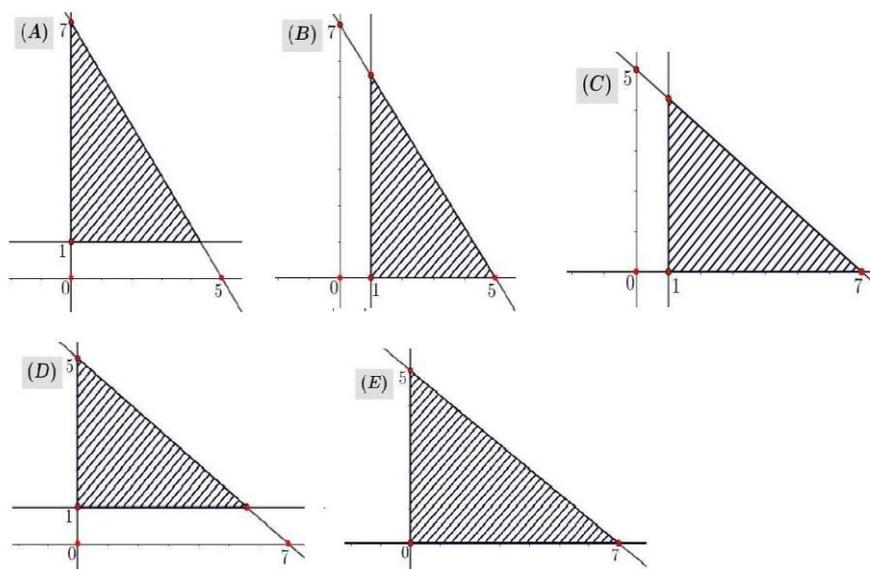
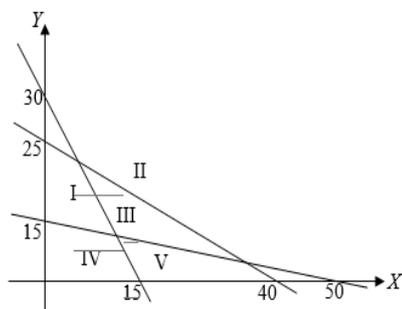
4. Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggung jawab!

No.	Pertanyaan	Jawaban	
		Ya	Tidak
1.	Apakah Anda telah mampu membuat model matematika dari permasalahan kontekstual?		
2.	Apakah Anda telah mampu mampu menentukan nilai optimum bentuk objektif?		
3.	Apakah Anda telah mampu menyelesaikan permasalah nyata dengan menggunakan program Linier?		

EVALUASI

1. Daerah yang merupakan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $2x + 3y \leq 12$, $4x + y \geq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ adalah ...

A. I
B. II
C. III
D. IV
E. V

2. Daerah penyelesaian yang sesuai dengan pertidaksamaan: $7x + 5y \leq 35$; $7x + 5y \leq 35$; y≥1y≥1; x≤0x≤0 adalah...

3. Daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan
$2x + y \geq 30$; $3x + 10y \geq 150$; $5x + 8y \leq 200$ $x \geq 0$; $y \geq 0$; adalah ...

A. I
B. II
C. III
D. IV
E. V

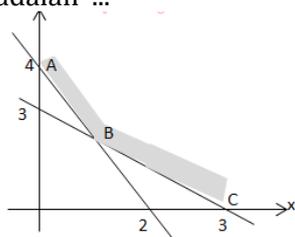
4. Seorang praktikum membutuhkan dua jenis larutan, yaitu larutan A dan larutan B untuk eksperimennya. Larutn A mengandung 10 ml bahan I dan 20 ml bahan II. Sedangkan larutan B mengandung 15 ml bahan I dan 30 ml bahan II. Larutan A dan larutan b tersebut akan digunakan untuk membuat larutan C yang mengandung bahan I sedikitnya 40 ml dan bahan II sedikitnya 75 ml. Harga tiap ml larutan A adalah Rp 5.000,- dan tiap ml larutan B adalah

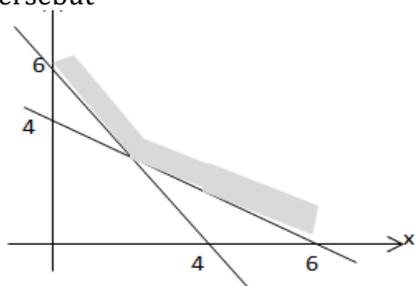
Rp 8.000,-. Model matematika agar biaya untuk membuat larutan C dapat ditekan sekecil-kecilnya adalah ... .

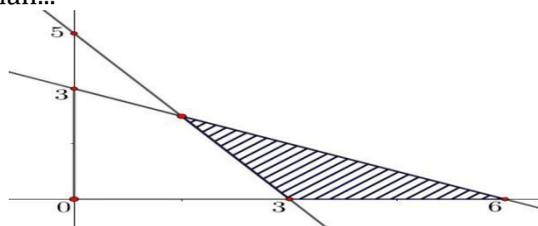
A. $2x + 3y \geq 8; 4x + 6y \geq 15; \geq 0; y \geq 0$
B. $2x + 3y \leq 8; 4x + 6y \geq 15; \geq 0; y \geq 0$
C. $3x + 2y \geq 8; 6x + 4y \leq 15; \geq 0; y \geq 0$
D. $2x + 3y \leq 8; 4x + 6y \leq 15; \geq 0; y \geq 0$
E. $3x + 2y \geq 8; 6x + 4y \geq 15; \geq 0; y \geq 0$

5. Seorang pedagang sepeda ingin membeli 25 sepeda untuk persediaan. Ia ingin membeli sepeda gunung dengan harga Rp 1.500.00,- per buah dan sepeda balap dengan harga Rp 2.000.000,- per buah. Ia ingin merencanakan tidak akan mengeluarkan uang lebih dari Rp 42.000.000,-. Jika keuntungan sebuah sepeda gunung Rp 500.000,- dan sebuah sepeda balap Rp 600.000,-, maka keuntungan maksimum yang diterima pedagang adalah…
A. Rp13.400.000,-
B. Rp12.600.000,-
C. Rp12.500.000,-
D. Rp10.400.000,-
E. Rp8.400.000,-

6. Biaya produksi satu buah payung jenis A adalah Rp20.000,00 per buah, sedangkan biaya satu buah produksi payung jenis B adalah Rp30.000,00. Seorang pengusaha akan membuat payung A dengan jumlah tidak kurang dari 40 buah. Sedangkan banyaknya payung jenis B yang akan diproduksi minimal adalah dari 50 buah. Jumlah maksimal produksi kedua payung tersebut adalah 100 buah. Biaya minimum yang dikeluarkan untuk melakukan produksi kedua payung sesuai ketentuan tersebut adalah ….
A. Rp2.000.000,00
B. Rp2.300.000,00
C. Rp2.200.000,00
D. Rp2.100.000,00
E. Rp2.000.000,00

7. Nilai minimum fungsi obyektif f(x, y) = 3x + 2y dari daerah yang diarsir pada gambar adalah ...

A. 4
B. 6
C. 7
D. 8
E. 9

8. Daerah mana yang diarsir di bawah ini adalah daerah penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan. Nilai maksimum fungsi objektif (3x + 5y) pada daerah penyelesaian tersebut ...

A. 30
B. 26
C. 24
D. 21
E. 18

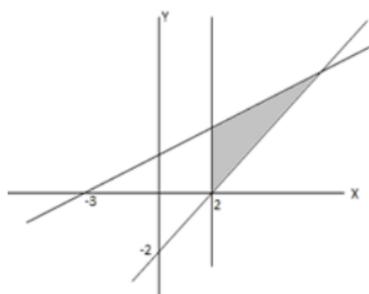
9. Daerah yang diarsir pada grafik berikut merupakan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan adalah...

A. x+2y≤6; 5x+3y≤15; x≥0; y≥0
B. x+2y≤6; 5x+3y≥15; x≥0; y≥0
C. x+2y≥6; 5x+3y≤15; x≥0; y≥0
D. x+2y≥6; 5x+3y≥15; x≥0; y≥0
E. x+2y≤6; 3x+5y≥15; x≥0; y≥0

10. Nilai minimum dari 20−x−2y20−x−2y yang memenuhi y−2x≥0y−2x≥0; x+y≤8x+y≤8; dan x≥2x≥2 adalah...

A. 5
B. 6
C. 7
D. 8
E. 9

11. Nilai maksimum dari f(x, y) = 2x + 3y dengan fungsi kendala: 3x + y ≥ 9, 3x + 2y ≤ 12, x ≥ 0 dan y ≥ 0 adalah ....

A. 6
B. 12
C. 13
D. 18
E. 27

12. Perhatikan gambar berikut!

Jika daerah yang diarsir pada diagram di atas merupakan penyelesaian untuk fungsi objectif f(x, y) = x – y, maka nilai minimum f*x, y) adalah ....

A. $f(3,1)$
B. $f(4,1)$
C. $f\left(2,\frac{5}{3}\right)$
D. $f(3,2)$
E. $f\left(5,\frac{5}{2}\right)$

13. Suatu tempat parkir seluas 200 m² tidak dapat menampung lebih dari 12 mobil dan bus. Untuk memarkir sebuah mobil rata-rata diperlukan tempat seluas 10 m² dan untuk bus rata-rata 20 m². Jika tarif parkir motor Rp7.000/hari dan tarif mobil Rp15.000/hari. Agar Keuntungan maksimum banyaknya bus yang harus diparkir adalah…

A. 4
B. 6
C. 8
D. 10
E. 12

14. Tanah seluas 10.000 m^2 akan dibangun rumah tipe A dan tipe B. Untuk rumah tipe A diperlukan 100 m^2 dan tipe B diperlukan 75 m^2. Jumlah rumah yang dibangun paling banyak 125 unit. Keuntungan rumah tipe A adalah Rp6.000.000,00/unit dan tipe B adalah

Rp4.000.000,00/unit. Keuntungan maksimum yang dapat diperoleh dari penjualan rumah tersebut adalah…

A. Rp550.000.000,00
B. Rp600.000.000,00
C. Rp700.000.000,00
D. Rp800.000.000,00
E. Rp900.000.000,00

15. Seorang pedagang skuter ingin membeli 25 sepeda untuk persediaan. Ia ingin membeli skuter merk A dengan harga Rp1.500.000,00 per buah dan skuter merk B dengan harga Rp2.000.000,00 per buah. Ia merencanakan tidak akan mengeluarkan uang lebih dari Rp42.000.000,00. Jika keuntungan sebuah skuter merk A Rp500.000,00 dan sebuah skuter merk B Rp600.000,00, maka keuntungan maksimum yang diterima pedagang adalah…

A. Rp13.400.000,00
B. Rp12.600.000,00
C. Rp12.500.000,00
D. Rp10.400.000,00
E. Rp8.400.000,00

Kunci Jawaban:

1. C
2. A
3. C
4. A
5. A
6. B
7. C
8. E
9. B
10. B
11. E
12. A
13. D
14. B
15. A

DAFTAR PUSTAKA

Eksis.___________. *Modul Pembelajaran Matematika untuk SMA/MA/SMK Kelas XI Semester 1: Kurikulum 2013 Edisi Revisi*.

Kemendikbud._.*Buku Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Kurikulum 2103 Edisi Revisi 2017*

https://www.wardayacollege.com/matematika/geometri-koordinat/program-linier/aplikasi-program-linier/#section-r3, 2020